

2403000502043001

EXAMINATION FEBRUARY-MARCH 2024
BACHELOR OF SCIENCE (SECOND SEMESTER)(NEP)
MDC- MATRICES AND DETERMINANTS – LEVEL 4

[Time: As Per Schedule]

[Max. Marks: 50]

Instructions:

1. Fill up strictly the following details on your answer book

- Name of the Examination : **BACHELOR OF SCIENCE (NEP)(SECOND SEMESTER)**
- Name of the Subject : **MDC- MATRICES AND DETERMINANTS – LEVEL 4**
- Subject Code No : **2403000502043001**

- Sketch neat and labelled diagram wherever necessary.
- Figures to the right indicate full marks of the question.
- All questions are compulsory.

Seat No:

--	--	--	--	--	--

Student's Signature

Q.1 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ દસ)

10

Answer the following (Any ten)

1. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$ માટે લાક્ષણિક સમીકરણ મેળવો.

Obtain Characteristic Equation for the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

2. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & -6 \\ 10 & 11 & 18 \end{vmatrix}$ પર અનુક્રમે R_{12} અને $R_1(-2)$ કરતાં મળતો નિશ્ચાયક લખો.

Find the Determinant by operating R_{12} and $R_1(-2)$ respectively on

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & -6 \\ 10 & 11 & 18 \end{vmatrix}$$

3. એકમ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
Define Identity matrix with illustration.
4. જો A સંમિત શ્રેણિક હોય તો દર્શાવો કે કોઇપણ શ્રેણિક B માટે $B^T AB$ સંમિત શ્રેણિક થાય.
If A is a symmetric matrix then show that for any matrix B the matrix $B^T AB$ is a symmetric matrix.
5. સામાન્ય શ્રેણિકની વ્યાખ્યા આપો.
Define Non-Singular matrix.
6. વ્યાખ્યા આપો: લાક્ષણિક બહુપદી.
Define Characteristic polynomial.
7. જો શ્રેણિક A હર્મિટીયન હોય તો દર્શાવો કે $A^\theta = A$
If A is a Hermitian matrix then show that $A^\theta = A$
8. દર્શાવો કે વિસંમિત શ્રેણિકના વિકર્ણી ઘટકો શૂન્ય થાય.
Show that Diagonal elements of a Skew-Symmetric matrix are Zeros.

9. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 7 & 9 & 17 \\ 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ માં 7 નો સહઅવયવ શોધો.

Find the minor of element 7 in the determinant $A = \begin{vmatrix} 7 & 9 & 17 \\ 2 & 4 & 6 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

10. વિકર્ણી શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
Define Diagonal matrix with illustration.
11. એકમલક્ષી શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
Define Unitary matrix with illustration.

12. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$ નું મૂલ્ય શોધો.

Obtain the value of the determinant $A = \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$

Answer the following (Any two)

1. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 6 & 8 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે

$$(AB)^T = B^T A^T$$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 4 & 6 & 8 \\ 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ then show that

$$(AB)^T = B^T A^T$$

2. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1+i & 2+3i & 2 \\ 5-4i & 7i & 3-3i \\ 0 & 1-i & 3+2i \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક

$$B = \begin{bmatrix} -5-3i & 6 & -7i \\ 6-3i & 1+i & -1-i \\ 14 & 3+3i & 9i \end{bmatrix}$$
 હોય તો દર્શાવો કે

(i) $(A+B)^T = A^T + B^T$ (ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1+i & 2+3i & 2 \\ 5-4i & 7i & 3-3i \\ 0 & 1-i & 3+2i \end{bmatrix}$ and matrix

$$B = \begin{bmatrix} -5-3i & 6 & -7i \\ 6-3i & 1+i & -1-i \\ 14 & 3+3i & 9i \end{bmatrix}$$
 then show that

(i) $(A+B)^T = A^T + B^T$ (ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

3. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 - A + I$ ની કિંમત શોધો.

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ then find the value of $A^2 - A + I$

Q.3 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

Answer the following (any two):

1.
$$\begin{vmatrix} 2x+3 & 3x+4 & 4x+5 \\ x+2 & 2x+3 & 3x+4 \\ 3x+5 & 5x+8 & 10x+17 \end{vmatrix} = 0$$
 નો ઉકેલગણ શોધો.

Obtain the solution of
$$\begin{vmatrix} 2x+3 & 3x+4 & 4x+5 \\ x+2 & 2x+3 & 3x+4 \\ 3x+5 & 5x+8 & 10x+17 \end{vmatrix} = 0$$

2.
$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$
 નો વ્યસ્ત શ્રેણિક સહઅવયવજ શ્રેણિકની મદદથી મેળવો.

Find the inverse of given matrix using adjoint of the matrix
$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

3. સાબિત કરો કે
$$\begin{vmatrix} X^2 & YZ & ZX+Z^2 \\ X^2+XY & Y^2 & ZX \\ XY & Y^2+YZ & Z^2 \end{vmatrix} = 4X^2Y^2Z^2$$

Prove that
$$\begin{vmatrix} X^2 & YZ & ZX+Z^2 \\ X^2+XY & Y^2 & ZX \\ XY & Y^2+YZ & Z^2 \end{vmatrix} = 4X^2Y^2Z^2$$

Q.4 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

Answer the following (Any two)

1. કોઇપણ ચોરસ શ્રેણિક A માટે દર્શાવો કે

i) $A + A^T$ સંમિત શ્રેણિક થાય.

ii) $A - A^T$ વિસંમિત શ્રેણિક થાય.

If A is any square matrix then show that

i) $A + A^T$ is a Symmetric matrix.

ii) $A - A^T$ is a Skew-Symmetric matrix.

2. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહિતિનો ઉકેલ ક્રેમરના નિયમથી મેળવો.

$$\begin{aligned}x+y+z &= 6 \\ 2x-y+z &= 3 \\ x+3y-z &= 4\end{aligned}$$

Solve the following system of equations using Cramer's Rule:

$$\begin{aligned}x+y+z &= 6 \\ 2x-y+z &= 3 \\ x+3y-z &= 4\end{aligned}$$

3. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહિતિનો ઉકેલ માર્ટિનના નિયમથી મેળવો.

$$\begin{aligned}x-3y+z &= 2 \\ 2x+y+3z &= 3 \\ X+5y+5z &= 2\end{aligned}$$

Solve the following system of equations using Martin's Rule:

$$\begin{aligned}x-3y+z &= 2 \\ 2x+y+3z &= 3 \\ X+5y+5z &= 2\end{aligned}$$

Q.5 નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઇ પણ બે)

10

Answer the following (Any two)

1. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્યો અને તેને સંગત આત્મસદિશો શોધો.

Find eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

2. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ માટે કેલી હેમિલ્ટન પ્રમેયનું સમાધાન કરો.

Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

3. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્યો શોધો અને સૌથી મોટા આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદિશ મેળવો.

Find eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$

and also find eigen vector corresponding to largest eigen value.
